

ابوالفضل رفیع پور^۱

مقدمه (مباحث نظری)

قبل از هر چیز بهتر است کمی درباره چستی جبر بحث شود. البته هدف این نوشتار، آرایه یک بحث معرفت شناسانه در مورد چستی جبر نیست؛ ولی از آنجایی که پاسخ به چستی جبر بر روی برنامه درسی جبر اثرگذار است، مختصری به این موضوع پرداخته می‌شود.

خدیوچم (۱۳۶۲) جبر را رشته وسیع و بسیار مهمی از ریاضیات معرفی می‌کند که موضوعش در مراحل مقدماتی شامل تعمیم خواص اعمال حساب به اعداد، و تحقیق در روابط عمومی بین اعداد است که به وسیله استفاده از حروف به جای اعداد حاصل می‌شود و از فواید عمده آن تعیین مقادیر مجهول به وسیله حل معادلات است. او در ادامه وجه تسمیه علم جبر، را منتسب به ریاضیدان ایرانی محمد بن موسی خوارزمی (در گذشته به سال ۲۳۲ ه ق) و کتابش حساب الجبر و المقابله می‌داند. به گفته خدیوچم (۱۳۶۲) تعاریف مختلفی برای جبر و مقابله گفته شده است. ولی یکی از این تعاریف که از مسئله ۵ در صفحه ۷۴ ترجمه کتاب حساب الجبر و المقابله (خوارزمی، ۸۳۰م ترجمه خدیوچم، ۱۳۶۲) برداشت می‌شود، به نظر می‌رسد صائب‌تر از بقیه تعاریف باشد. جبر به معنای انتقال یک جمله معادله با تغییر علامت آن است و مقابله به معنای حذف دو مقدار مساوی از طرفین معادله می‌باشد.

گروه مؤلفین انستیتوی ریاضی استکلواي شوروی (ترجمه شهریاری، ۱۳۷۹) اشاره می‌کنند که معنی و مفهوم جبر در طی زمان دو بار دگرگون شده است، یک بار در نیمه اول سده نوزدهم و بار دیگر در آغاز سده بیستم. بنابراین سه تعریف و تعبیر مختلف از جبر وجود دارد.

- **تعبیر اول:** جبر به عنوان علامت گذاری حرفی؛ که به آن دیدگاه ویتی نیز می‌گویند؛
- **تعبیر دوم:** جبر به عنوان نظریه معادله‌های جبری برای حل معادلات جبری؛
- **تعبیر سوم:** جبر به معنای ابزاری برای بررسی دستگاه‌های مختلف جبری؛ که به آن جبر اصول موضوعی یا جبر مجرد نیز می‌گویند.

بسته به این که در چه زمان و در چه زمینه‌ای صحبت می‌شود، ممکن است هر کدام از تعبیرهای فوق مورد نظر باشد. اما به طور مشخص در این نوشتار منظور از جبر عبارت است از:

- جبر به عنوان زبانی برای تجرید و اثبات؛
- جبر به عنوان ابزاری برای حل مسئله از طریق معادلات یا نمودارها؛

- جبر به عنوان زبانی نمادین برای استفاده در سایر قسمت‌های ریاضی؛
 - و بالاخره جبر به عنوان بخشی از برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای که برای همه دانش‌آموزان ارایه می‌شود (محمدی و گویا، ۱۳۸۸ به نقل از استیسی، چیک و کندال ۲۰۰۴).
- واگنر و پارکر^۱ (۱۹۹۳) بیان می‌کنند که بیشتر مردم وقتی که در مورد جبر می‌اندیشند، به فکر حل معادله‌ها می‌افتند، تجزیه چند جمله‌ای‌ها، رسم توابع، و سایر چیزهایی که مستلزم استفاده کردن از ایکس و وای در کلاس‌های درس ریاضی دبیرستانی هستند، را به خاطر می‌آورند. بسیاری از مردم شامل کسانی که نمره خوبی در ریاضی کسب کرده‌اند، جبر را به این شکل به خاطر می‌آورند که در آنجا ارتباط بین دنیای واقعی و ریاضی کم و کمتر شده است.
- فروندنتال^۲ (۱۹۷۷ به نقل کی پرن^۳، ۲۰۱۴) جبر مدرسه‌ای را نه تنها شامل حل معادلات خطی و درجه دوم می‌داند بلکه آن را شامل تفکر جبری نیز برمی‌شمرد. او تفکر جبری را به عنوان توانایی توصیف روابط و رویه‌هایی که منجر به حل معادله به صورت کلی می‌شوند، معرفی می‌کند. در نتیجه برنامه درسی جبر مدرسه‌ای علاوه بر آشنا کردن دانش‌آموزان با متغیر، روابط، الگوها، توابع، حل معادلات و استفاده از معادلات برای حل مسایل مختلف، باید آن‌ها را به تفکر جبری نیز مجهز نماید، به گونه‌ای که آن‌ها بتوانند از تفکر جبری در موقعیت‌های مختلف استفاده نمایند.
- به گفته استیسی^۴، چیک^۵ و کندال^۶ (۲۰۰۴) در بسیاری از کشورهای جهان تعداد بیشتری از دانش‌آموزان در سطح دبیرستان آموزش می‌بینند، و بخش مهمی از برنامه درسی ریاضی در دوره‌های عمومی و در همه کشورهای دنیا به فرآیند یاددهی-یادگیری جبر اختصاص یافته است. بنابراین همه بخش‌های برنامه درسی به خصوص برنامه درسی جبر باید مورد نقد و بررسی جدی قرار گیرند. چرا که بحث مساوات^۷ آموزشی در فرآیند یاددهی و یادگیری جبر به صورت پررنگ‌تری ظاهر می‌شود. جبر دروازه ورود به مطالعات بالاتر در ریاضی است. اما اغلب به مثابه یک دیوار عمل می‌کند که جلوی عبور بسیاری از دانش‌آموزان را می‌گیرد.

توصیف و ویژگی‌های برنامه درسی جبر در ایران همراه با سیر تحول، چالش‌ها و چشم اندازها

رضایی (۱۳۹۳) پنج دوره تاریخی در تغییر کتاب‌های درسی ریاضی را بر می‌شمرد. در ادامه این دوره‌های تاریخی آمده‌اند و نقش برنامه درسی جبر در آن دوره‌ها مشخص شده است.

- **دوره اول: کتاب‌های دارالفنون (۱۳۰۴-۱۳۱۷):** کتاب‌های این دوره خطی بودند و تمارین اندکی داشتند و جبر یکی از عناوین اصلی در کتاب‌های درسی هر پایه بود (رضایی ۱۳۹۳). معتمدی (۱۳۸۲) نیز اشاره می‌کند که کتاب جبر و مقابله، که مؤلف آن بهلر فرانسوی، بود با ترجمه عبدالرسول خان مهندس در ۲۵۶ صفحه در دارالفنون تدریس می‌شد.

1. Wagner and Parker
2. Freudenthal
3. Kieran
4. Stacey
5. Chick
6. Kendal
7. Equity

- **دوره دوم: کتاب‌های وزارتی (۱۳۱۷-۱۳۴۱):** در این دوره سفارش و چاپ کتاب‌های دبیرستانی به عهده‌ای از استادان و دبیران سفارش داده شد. در این دوره کتاب‌هایی در حوزه جبر نیز تألیف و منتشر گردید.
 - **دوره سوم: کتاب‌های هماهنگ (۱۳۴۱-۱۳۵۴):** سازمان کتاب‌های درسی ایران تأسیس شد تا بر چاپ و نشر کتاب‌های درسی نظارت کند و تنوع موجود در بازار کتاب‌های درسی را به سوی هماهنگی بیشتر هدایت کند.
 - **دوره چهارم: کتاب‌های دوره ریاضی جدید^۱ (۱۳۵۴-۱۳۷۱):** کتاب‌های درسی این دوره متأثر از تحولات جهانی با رویکرد دوره ریاضی جدید نوشته شد. در این دوره جبر یکی از درس‌های اصلی در همه پایه‌های دبیرستان بود.
 - **دوره پنجم: کتاب‌های نظام واحدی (۱۳۷۱-۱۳۸۸):** در این دوره جبر به عنوان کتابی جداگانه تدریس نمی‌شد و در کنار سایر موضوعات ریاضی قرار گرفته بود. یکی از ایده‌های جالبی که در این دوره در کتاب‌های درسی دیده می‌شد، تلفیق جبر و احتمال در یک کتاب درسی بود (ظهوری زنگنه، گویا، تابش و ایلخانی‌پور، ۱۳۹۲). این تلفیق از این جهت جالب بود که جبر را با ماهیت تعیینی در کنار احتمال که شانس را مطرح می‌کرد، قرار داده بود. در همه این دوره‌های تغییر برنامه درسی، مباحث مربوط به جبر یا به صورت کتابی مجزا یا در کنار سایر مباحث ریاضی تدریس می‌شده است. به گونه‌ای که می‌توان گفت جبر همواره در برنامه درسی ریاضی نقش پر رنگی داشته است. به گونه‌ای که اخیراً در سند برنامه درسی ملی (۱۳۹۱ ص ۳۴) جبر و نمایش نمادین (شامل الگوها، رابطه‌ها و تابع‌ها)، به عنوان یکی از قلمروهای حوزه آموزش ریاضی معرفی شده است.
- دانش‌آموزان نوعی ایرانی برای اولین بار، در سال‌های ابتدایی سیکل اول دوره متوسطه با لغت عبارات‌های جبری، مفهوم متغیر و معادله آشنا می‌شوند. سپس یاد می‌گیرند که چگونه از معادله برای حل مسایل استفاده نمایند. معمولاً مرسوم است که از «روش میوه‌های فصل» برای معرفی متغیر در کتاب‌های درسی و در تدریس معلمان ریاضی استفاده شود. در این روش از اشیاء (سیب و پرتقال) به جای متغیرها استفاده می‌شود. به گفته استیسی و اصغری (۱۳۸۸) این روش ساده است، ولی اشتباه است. استفاده از این روش می‌تواند ریشه بسیاری از بدفهمی در یادگیری مفاهیم جبری در پایه‌های بالاتر باشد.
- پژوهش‌های مختلفی نشان داده‌اند که مسیر یادگیری جبر از حساب می‌گذرد (استیسی، چیک و کندال، ۲۰۰۴). در کتاب‌های درسی ریاضی مربوط به سیکل اول متوسطه، اگرچه در ابتدا روند کلی از حساب به جبر است ولی به سرعت ارتباط جبر با دنیای واقعی دانش‌آموزان قطع می‌شود. به این ترتیب یادگیری جبر برای تعداد بیشتری از دانش‌آموزان سخت به نظر می‌رسد. استیسی و اصغری (۱۳۸۸) بیان می‌کنند که یادگیری جبر باید از حساب شروع شود. به عقیده آن‌ها رشد تفکر جبری دانش‌آموزان از درون برنامه حساب امکان‌پذیر است. این همان چیزی است که جنبش «جبر پیش از موعد» هدف اصلی ۲ خود قرار داده است.

توصیف و ویژگی‌های برنامه درسی جبر در جهان همراه با سیر تحول، چالش‌ها و چشم اندازها

واگنر و پارکر^۱ (۱۹۹۳) شروع پژوهش‌های رسمی در یاددهی- یادگیری جبر را اوایل قرن بیستم می‌دانند. به گفته آن‌ها پژوهش‌ها در بین سال‌های ۱۹۰۰ تا ۱۹۳۰ میلادی بر روی مشکلات دانش‌آموزان در حل معادلات خطی متمرکز بود و در بین سال‌های ۱۹۳۰ تا ۱۹۴۵ پژوهش‌های آموزشی به دلیل جنگ جهانی دوم متوقف شده بود. اما بعد از جنگ این پژوهش‌ها دوباره شروع شدند و نظریه‌های روانشناسی رفتاری روی پژوهش‌های این حوزه نیز سایه انداختند. واگنر و پارکر (۱۹۹۳) در ادامه با اشاره به اثر دیدگاه ریاضی جدید بر حوزه یاددهی- یادگیری جبر در دهه ۱۹۶۰، بیان کردند که در این زمان، جبر به عنوان ادامه و تعمیم حساب دیده می‌شد. به گفته آن‌ها تمرکز تحقیقات حوزه یادگیری جبر در جنبش بازگشت به اصول^۲ در دهه ۱۹۷۰، بر روی درک مفهومی قرار گرفت و ارتباط جبر با دنیای واقعی بیشتر شد. به عقیده آن‌ها نظریه رشد پیاژه و نظریه پردازش اطلاعات بر روی پژوهش‌های حوزه یادگیری جبر اثر زیادی داشته‌اند.

تحقیقات مختلفی که در حوزه یاددهی یادگیری جبر شده است، رهنمودهایی را برای تدوین برنامه درسی جبر در اختیار برنامه‌ریزان درسی و آموزشگران ریاضی قرار می‌دهد. فیلولی و ساترلند^۳ (۱۹۹۶) شش معیار برای طراحی یک برنامه درسی جدید برای حوزه جبر در مدرسه ارائه کرده‌اند. این شش معیار عبارتند از:

- مفاهیم ریاضی و نظام نمادین مرتبط با آن؛
- فرآیندهای شناختی لازم در زمان خلق مفاهیم ریاضی (به خصوص در زمان نمادسازی ریاضی)؛
- یاددهی- یادگیری و فرآیند تجرید در انتقال از حساب به جبر (به طور مشخص استفاده از مدل‌های ملموس برای تدریس جبر)؛
- رابطه بین جبر و موقعیت‌های دنیای واقعی دانش‌آموزان (به طور مثال استفاده از حل مسایل کلامی)؛
- استفاده از فناوری‌های جدید برای یاددهی- یادگیری جبر؛
- مدل‌سازی ریاضی به معنای استفاده از تفکر جبری در سایر حوزه‌های دانش؛

به زعم نویسندگان، معیارهای چهارم و ششم که در بالا آمده است، می‌توانند تحت عنوان مدل‌سازی و کاربردها دسته بندی شوند. خوانندگان می‌توانند برای دیدن مثالی از این دست مسایل مدل‌سازی که حل آن‌ها مستلزم استفاده از جبر است، به رفیع پور (۱۳۹۳ ص ۱۰۰) مراجعه نمایند.

شورای ملی معلمان ریاضی (۲۰۰۰) نیز معیارهایی را برای برنامه درسی جبر ارائه کرده است. در اصول و استانداردهای ریاضی مدرسه‌ای جبر به عنوان یکی از استانداردهای محتوایی مربوط به ریاضی، بیان شده است. در استاندارد مربوط به محتوای جبر چنین آمده است که برنامه‌های آموزشی از پیش دبستانی تا آخر پایه ۱۲ باید همه دانش‌آموزان را قادر سازد تا:

- الگوها، روابط و توابع را درک کنند؛
- ساختارها و موقعیت‌های ریاضی‌ای که از نمادهای جبری استفاده می‌کنند را تحلیل کرده و بازنمایی کنند؛

1. Wagner and Parker
2. Back to Basic Movement
3. Filloy & Sutherland

- از مدل‌های ریاضی برای بازنمایی و درک روابط کمی استفاده نمایند؛
 - مفهوم آهنگ تغییر را در زمینه‌های مختلف تحلیل نمایند (شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۰۰).
- نکته آخر اینکه در سال‌های اخیر با رشد فن‌آوری و در دسترس بودن آن‌ها استفاده از این ابزارها در فرآیند یاددهی و یادگیری جبر بیشتر مورد توجه پژوهشگران بوده است (استیسی، چیک و کندال، ۲۰۰۴). به گونه‌ای که در دوازدهمین مطالعه کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی که به یاددهی-یادگیری جبر اختصاص داشت، دست کم هشت مقاله، در رابطه با استفاده از فن‌آوری برای ارتقا فرآیند یاددهی-یادگیری جبر بودند. به گفته استیسی، چیک و کندال (۲۰۰۴) یک برنامه درسی خوب جبر در آینده با آنچه در گذشته بود، حتماً فرق دارد. نرخ دسترسی بالا به کامپیوتر و ماشین حساب، چهره ریاضی را عوض کرده است. این که چه نوع ریاضیاتی مفید است و نحوه انجام دادن ریاضی در این فضای مبتنی بر فن‌آوری تفاوت زیادی با آنچه که قبلاً بوده، خواهد داشت. به گفته واگنر و پارکر (۱۹۹۳) نیز فن‌آوری‌های مربوط به ماشین حساب‌های گرافیکی و جبری امروزه به کمک ما آمده‌اند و ما الان می‌توانیم وقت بیشتری را به تفکر جبری اختصاص دهیم. بنابراین به نظر می‌رسد چالش اصلی در آینده آموزش جبر، چگونگی استفاده از ابزارهای مختلف فن‌آورانه برای ارتقا فرآیند یاددهی-یادگیری جبر خواهد بود.

منابع

- استیسی، کی و اصغری، امیر حسین. (۱۳۸۸). گذر از تفکر حسابی به تفکر جبری. *مجله رشد آموزش ریاضی*، شماره ۹۵، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۴-۱۱.
- برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. ۱۳۹۱/۱۲/۲۸. تهران. ایران.
- خوارزمی، محمدبن موسی. (۲۱۵ ه. ق. ۸۳۰ م.). جبر و مقابله. ترجمه سید حسین، خدیو جم. (۱۳۶۲). تهران: کمیسیون ملی یونسکو در ایران.
- رضایی، مانی. (۱۳۹۳). بررسی کتاب‌های درسی دوره متوسطه از شروع دوره متوسطه در ایران. *دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی*. سال دوم، شماره سوم. صص ۷۱-۹۲.
- رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۳). مدلسازی و کاربردها: گزارش یک پژوهش. *دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی*. سال دوم، شماره سوم. صص ۹۳-۱۱۶.
- ظهوری زنگنه، بیژن؛ گویا، زهرا، تابش، یحیی و ایلخانی‌پور، یدالله. (۱۳۹۲). *جبر و احتمال*. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
- محمدی، ژاله و گویا، زهرا. (۱۳۸۸). بررسی دانش معلمان ریاضی دوره راهنمایی. *مجله رشد آموزش ریاضی*، شماره ۹۵، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۱۲ تا ۱۹.

معمدی، اسفندیار. (۱۳۸۲). کتابهای درسی در ایران از تأسیس دارالفنون تا انقلاب اسلامی (۱۳۳۰ تا ۱۳۵۷).
مجله تاریخ معاصر ایران. شماره ۲۷. صص. ۱۱۱ تا ۱۳۸.
گروه مؤلفین انستیتوی ریاضی استکلوی شوروی. جوهر، روش و کارایی ریاضیات؛ ترجمه پرویز شهرياری
(۱۳۷۹). شرکت انتشارات فنی ایران. جلد اول.

Kieran, C. (2014). Algebra teaching and learning. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 27-32). Dordrecht, the Netherlands: Springer Reference.

Fillooy, E. & Sutherland, R. (1996). Designing Curricula for Teaching and Learning Algebra. In A.J. Bishop et al. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 139-160). Netherland: Kluwer Academic Publishers.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Va: NCTM.

Stacey, K., Chick, H., & Kendal, M. (Eds.). (2004). *The Future of the Teaching and Learning Algebra: The 12th ICMI Study*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Wagner, S. & Parker, S. (1993). Advancing Algebra. In Patricia S. Wilson, (Ed.) *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp. 117-139). New York : Macmillan Publishing Company.